

必要があれば以下の定数や式を用いよ。論述は極力省略しないこと。

プランク定数： $h=6.63 \times 10^{-34} \text{ J s}$	光速： $c=3.0 \times 10^8 \text{ m/s}$	アボガドロ数： $N_A=6.02 \times 10^{23}$	気体定数： $R=8.31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$
ボルツマン定数： $k=1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$	ボルツマン分布式： $N_i = N_0 \exp\{-(\epsilon_i - \epsilon_0)/kT\}$	絶対温度の変換： $^{\circ}\text{C} = \text{K} - 273$	並進エネルギー間隔因子 $h^2/(8ma^2)$

0. 次の語句について、説明しなさい。必要があれば図や数式を用いよ。(15 点)

- ド・ブロイ波長（以下の式を用い導出法を示せ：プランクの式 $\epsilon=h\nu$, アインシュタインの式 $\epsilon=mc^2$ ）
- ボルツマン分布（導出法を示す必要はない）
- 分配関数（定義とその物理的意味に言及すること）

1. H_2 分子（分子量 $2.0 \times 10^{-3} \text{ kg/mol}$ ）が一辺 0.1 m の立方体の中に閉じ込められている。(30 点)

- H_2 分子一分子の質量を kg 単位で、並進エネルギー間隔因子 $\Delta\epsilon$ を J 単位で、それぞれ求めよ。
- 温度 27°C における平均並進エネルギー $\frac{3}{2}kT$ を J 単位で求めよ。また、分子がこの平均エネルギーを持つときの有効量子数 n はいくらか。さらに x, y, z 各成分の量子数 (n_x, n_y, n_z) が全て等しいときの一成分あたりの量子数はいくらか。
- (b) の平均エネルギーをもつ分子が、 n_x から n_x+1 へ 1 つ量子数の大きい状態へ移る (n_y と n_z は不変) のに必要なエネルギーはいくらか。
- (c) の結果から、並進運動は古典的であるといえる。その理由を説明せよ。

2. 温度が 27°C のとき、 $n=2$ の状態の占有数が $n=1$ の占有数よりずっと小さく、1% しか存在しない場合において、 N_2 分子（分子量 $28 \times 10^{-3} \text{ kg/mol}$ ）を閉じ込める一次元の箱の大きさ a を求めたい。(20 点)

- $n=2$ と $n=1$ の間の並進エネルギー間隔 $\Delta\epsilon$ を、 a を用いた文字式で表せ。
- 題意を満たすには分子数が $N_2/N_1=0.01$ となればよい。この式を $\Delta\epsilon$ を用いて書き直せ。
- 一次元の箱の大きさ a を求めよ。
- (c) の結果は箱の大きさが非現実的であることを物語っている。そこで、現実には $n=2$ の状態の占有数と $n=1$ の占有数の比はどのようになっているか考察せよ。

3. エネルギー ϵ に対する気体分子の分布式（3 次元の場合）は $\frac{1}{N} \frac{dN}{d\epsilon} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{1}{kT} \right)^{3/2} \sqrt{\epsilon} \exp\left(-\frac{\epsilon}{kT}\right)$ で与え

られる。以下の設問に、この式を出発点として答えよ。(35 点)

- 1mol あたりの 3 次元並進エネルギーを求めよ。ただし、 $\int_0^{\infty} x^{\frac{3}{2}} e^{-ax} dx = 3\sqrt{\pi} / (4a^{\frac{5}{2}})$ である。

- Maxwell-Boltzmann 分布式 $\frac{1}{N} \frac{dN}{dv} = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^2 \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right)$ を導け。

- 横軸に v ($v \geq 0$)、縦軸に $\frac{1}{N} \frac{dN}{dv}$ をとって、分布の様子をグラフを描け。また、最も確率の高い気体分子の速さ v_{most} を与える v の位置を図中に示し、 v_{most} の値を求めよ。