

必要があれば以下の定数や式を用いよ。論述が必要な問題に対し、論述のない解答は採点の対象外です。

プランク定数： $h=6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$	光速： $c=3.0 \times 10^8 \text{ m/s}$	アボガドロ数： $N_A=6.02 \times 10^{23}$	気体定数： $R=8.31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$
ボルツマン定数： $k=1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$	ボルツマン分布式： $N_i = N_0 \exp\{-(\epsilon_i - \epsilon_0)/kT\}$	絶対温度の変換： $= K - 273$	ド・ブロイ波長 $\lambda=h/mv$

以下の大問 1 から 4、全て解答せよ。

1 . 次の問に答えよ。ただし電子質量 $m_e=9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$ 、電気素量 $e=1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ である。

- 100kV の電圧で加速された電子のド・ブロイ波長を求めよ。
- 100km/h の速さで動いている質量 50g のゴルフボールのド・ブロイ波長を求めよ。
- 許容並進エネルギー $n^2 h^2 / (8ma^2)$ を導け。(ド・ブロイ波長の式を断りなく用いてよい。)
- 縮退度を説明せよ。

2 . 温度が 27 のとき、 $n=2$ の状態の占有数 $N_{n=2}$ と $n=1$ の占有数 $N_{n=1}$ の比が $N_{n=2}/N_{n=1}=0.01$ である場合において、 N_2 分子 (分子量 0.028 kg/mol) を閉じ込める一次元の箱の大きさ a を求めたい。

- $n=2$ と $n=1$ の間の並進エネルギー間隔 $\Delta \epsilon$ を、 a のみを用いた式で表せ。
- 題意を満たす一次元の箱の大きさ a はピコメートルのオーダー (約 14 pm) であることを示せ。
- もし $N_{n=2}/N_{n=1}=0.9999999999$ であれば、一次元の箱の大きさ a はいくらか。
- (b)と(c)の結果から、現実には $n=2$ の状態の占有数と $n=1$ の占有数の比はどのようになっているか考察せよ。

問題は裏に続きます

3. エネルギー ε に対する気体分子の分布式(3次元の場合)は $\frac{1}{N} \frac{dN}{d\varepsilon} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{1}{kT} \right)^{3/2} \sqrt{\varepsilon} \exp\left(-\frac{\varepsilon}{kT}\right)$ で与えられる。以下の設問に、この式を基にして答えよ。

(a) 1分子あたりの並進エネルギーは $\frac{3}{2}kT$ であることを示せ。参考： $\int_0^\infty x^{\frac{3}{2}} e^{-ax} dx = 3\sqrt{\pi}/(4a^{\frac{5}{2}})$

(b) $\varepsilon = \frac{1}{2}mv^2$ を利用して、Maxwell-Boltzmann 分布式 $\frac{1}{N} \frac{dN}{dv} = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^2 \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right)$ を導け。

(c) $\frac{dN}{N} = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^2 \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right) dv$ として、 v について0から ∞ まで積分した値はいくらか。

(d) 横軸に v ($v \geq 0$) 縦軸に $\frac{1}{N} \frac{dN}{dv}$ をとって、ある気体分子のある温度における分布の様子を描け。グラフは原点や $v \rightarrow \infty$ での値に注意すること。また、最も確率の高い速さ v_α を求め、グラフ上に示せ。

4. 非常に粗い近似で、二原子分子中の振動運動の量子化について考えてみる。結合の長さを r 、分子の質量を m 、振動運動の距離 d は結合の長さ r の10%とせよ。

(a) 振動運動をどのように解釈することによって、近似を行おうとするのか。その考え方を説明せよ。

(b) (a)で説明した方法に従って、許容振動エネルギー間隔因子($n=1$ の場合)を分子量 0.032 kg/mol、 $r=100 \times 10^{-12}$ m の分子について求めよ。

(c) 振動運動はどのような光で観察することができるか。その光の波長を求めよ。