物理化学Ａ　中間試験問題

2012 年 11 月 20 日実施

必要があれば以下の定数や式を用いよ。**論述が必要な問題に対し、論述のない解答は採点の対象外です。**

プランク定数： h=6.63×10^{-34} J･s	光速： c=3.0×10^{8} m/s	アボガドロ数： N_A=6.02×10^{23}	気体定数： R=8.31 J K^{-1} mol^{-1}
ボルツマン定数： k=1.38×10^{-23} J/K	ボルツマン分布式： $N_i = N_0\exp\{-(\varepsilon_i-\varepsilon_0)/kT\}$	絶対温度の変換： ℃＝K－273	ド・ブロイ波長 $\lambda=h/mv$

以下の大問１から４、全て解答せよ。

１．次の問に答えよ。ただし電子質量 m_e=9.1×10^{-31} kg、電気素量 e=1.6×10^{-19} C である。

(a)　100 kV の電圧で加速された電子のド・ブロイ波長を求めよ。

(b)　100 km/h の速さで打ち出された質量 50 g の野球のボールのド・ブロイ波長を求めよ。

(c)　許容並進エネルギー$n^2h^2/(8ma^2)$を導け。（ド・ブロイ波長の式を断りなく用いてよい。）

(d)　分配関数を説明せよ。

２．H_2 分子（分子量 2）が長さ 0.1 m の線分の中に閉じ込められている。

(a)　H_2 分子一分子の質量を kg 単位で、並進エネルギー間隔因子を J 単位で、それぞれ求めよ。

(b)　温度 27℃における平均並進エネルギー$\dfrac{1}{2}kT$ を J 単位で求めよ。また、分子がこの平均エネルギーを持つときの量子数 n はいくらか。

(c)　(b)の量子数 n から n+1 へ 1 つ量子数の大きい状態へ移るのに必要なエネルギー$\Delta\varepsilon$ はいくらか。

(d)　以上の結果から、並進運動は古典的であるいえる。その理由を説明せよ。

問題は裏に続きます

３．エネルギーεに対する気体分子の分布式（3 次元の場合）は$\dfrac{1}{N}\dfrac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}\varepsilon}=\dfrac{2}{\sqrt{\pi}}\left(\dfrac{1}{kT}\right)^{3/2}\sqrt{\varepsilon}\exp\left(-\dfrac{\varepsilon}{kT}\right)$で与えられる。以下の設問に、この式を基にして答えよ。

(a) 1 分子あたりの並進エネルギーは$\dfrac{3}{2}kT$であることを示せ。参考：$\int_0^\infty x^{\frac{3}{2}}e^{-ax}\mathrm{d}x=3\sqrt{\pi}/(4a^{\frac{5}{2}})$

(b) $\varepsilon=\dfrac{1}{2}mv^2$を利用して、Maxwell-Boltzmann 分布式$\dfrac{1}{N}\dfrac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}v}=4\pi\left(\dfrac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2}v^2\exp\left(-\dfrac{mv^2}{2kT}\right)$を導け。

(c) 横軸にv（$v\geq 0$）、縦軸に$\dfrac{1}{N}\dfrac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}v}$をとって、ある気体分子のある温度における分布の様子を描け。グラフは原点や$v\to\infty$での値に注意すること。

(d) 平均の速さ$\bar{v}$を求めよ。参考：$\int_0^\infty x^3e^{-ax^2}\mathrm{d}x=1/(2a^2)$

４．温度が 27℃のとき、n=2 の状態の占有数 $N_{\mathrm{n=2}}$ と n=1 の占有数 $N_{\mathrm{n=1}}$ の比が $N_{\mathrm{n=2}}/N_{\mathrm{n=1}}$=0.01 である場合において、$N_2$分子（分子量 28）を閉じ込める一次元の線分の長さ a を求めたい。

(a) n=2 と n=1 の間の並進エネルギー間隔$\Delta\varepsilon$ を、a のみを用いた式で表せ。

(b) 題意を満たす一次元の線分の長さ a はピコメートルのオーダー（約 14 pm）であることを示せ。

(c) もし $N_{\mathrm{n=2}}/N_{\mathrm{n=1}}$=0.9999999999 であれば、一次元の線分の長さ a はいくらか。

(d) (b)と(c)の結果から、現実には n=2 の状態の占有数と n=1 の占有数の比はどのようになっているか考察せよ。