物理化学Ａ　中間試験問題　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　2013 年 11 月 26 日実施

必要があれば以下の定数や式を用いよ。**論述が必要な問題に対し、論述のない解答は採点の対象外です。**

プランク定数： h=6.63×10^{-34} J･s	光速： c=3.0×10^{8} m/s	アボガドロ数： N_A=6.02×10^{23}	気体定数： R=8.31 J K^{-1} mol^{-1}
ボルツマン定数： k=1.38×10^{-23} J/K	ボルツマン分布式： $N_i = N_0\exp\{-(\varepsilon_i-\varepsilon_0)/kT\}$	絶対温度の変換： ℃＝K－273	ド・ブロイ波長 $\lambda=h/mv$

以下の大問１から５、全て解答せよ。

１．次の問に答えよ。ただし電子質量 m_e=9.1×10^{-31} kg、電気素量 e=1.6×10^{-19} C である。

(a)　50 kV の電圧で加速された電子のド・ブロイ波長を求めよ。

(b)　300 km/h の速さで打ち出された質量 50 g のゴルフボールのド・ブロイ波長を求めよ。

(c)　ボルツマン分布と分配関数の関係を説明せよ。

２．N_2 分子（分子量 28）が長さ 10 cm の線分の中に閉じ込められている。

(a)　並進エネルギー間隔因子を J 単位で求めよ。

(b)　温度 27℃における平均並進エネルギー $\frac{1}{2}kT$ を J 単位で求めよ。また、分子がこの平均エネルギーを持つときの量子数 n を求めよ。

(c)　(b)の量子数 n から n+1 へ 1 つ量子数の大きい状態へ移るのに必要なエネルギー$\Delta\varepsilon$ はいくらか。

(d)　(c)で求めた $\Delta\varepsilon$ と(b)で求めた $\frac{1}{2}kT$ の値との大小関係から何が言えるか説明せよ。

３．温度が 27℃のとき、n=2 の状態の占有数 $N_{n=2}$ と n=1 の占有数 $N_{n=1}$ の比が $N_{n=2}/N_{n=1}$=0.01 である場合において、N_2 分子（分子量 28）を閉じ込める一次元の線分の長さ a を求めたい。

(a)　n=2 と n=1 の間の並進エネルギー間隔$\Delta\varepsilon$ を、a のみを用いた式で表せ。

(b)　題意を満たす一次元の線分の長さ a を求めよ。

(c)　もし $N_{n=2}/N_{n=1}$=0.99 であれば、一次元の線分の長さ a はいくらか、求めよ。

(d)　(b)と(c)の結果から、a の値が 10 cm ぐらいとなるためには n=2 の状態の占有数と n=1 の占有数の比はどのようになっているか答えよ。

問題は裏に続きます

4．エネルギーεに対する気体分子の分布式（3 次元の場合）は$\dfrac{1}{N}\dfrac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}\varepsilon}=\dfrac{2}{\sqrt{\pi}}\left(\dfrac{1}{kT}\right)^{3/2}\sqrt{\varepsilon}\exp\left(-\dfrac{\varepsilon}{kT}\right)$で与えられる。以下の設問に答えよ。

(a)　1 分子あたりの並進エネルギーは$\dfrac{3}{2}kT$であることを示せ。参考：$\int_0^\infty x^{\frac{3}{2}}e^{-ax}\mathrm{d}x=3\sqrt{\pi}/(4a^{\frac{5}{2}})$

(b)　以下は Maxwell-Boltzmann 分布式の導出過程である。空欄(ア)から(コ)にあてはまる数値または数式を答えよ。

運動エネルギーは$\varepsilon=(ア)$なので、$\dfrac{\mathrm{d}\varepsilon}{\mathrm{d}v}=mv=\sqrt{(イ)m\varepsilon}$と書ける。したがって、

$$\frac{1}{N}\frac{\mathrm{d}N}{(ウ)}=\frac{1}{N}\frac{\mathrm{d}N}{(エ)}\frac{(エ)}{\mathrm{d}v}=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{1}{kT}\right)^{3/2}\sqrt{\varepsilon}\exp\left(-\frac{\varepsilon}{kT}\right)\times(オ)$$

$$=\frac{2}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{1}{kT}\right)^{3/2}\left((カ)mv^2\right)^{1/2}\times(キ)\times\exp\left(-\frac{m(ク)}{2kT}\right)=\sqrt{\frac{(ケ)}{\pi}\left(\frac{m}{kT}\right)^{3/2}}v^2\exp\left(-\frac{m(ク)}{2kT}\right)$$

$$=(コ)\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2}v^2\exp\left(-\frac{m(ク)}{2kT}\right)$$

(c)　横軸に v（$v\geq 0$）、縦軸に$\dfrac{1}{N}\dfrac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}\varepsilon}$をとって、ある気体分子の 2 つの温度（$T_1$および T_2、ただし $T_1<T_2$）における 2 つの分布の様子を描け。グラフは原点や$v\to\infty$における値に注意すること。また、この分布の様子は気体分子の種類が変わったときに変化するか否か答えよ。

5．温度が 27℃の N_2 分子（分子量 28）について次の問に答えよ。

(a)　3次元並進運動の分配関数q_{trans}を、3次元の箱の体積Vおよびm, k, h, Tを用いて表した式を導出せよ。

必要があれば、$\int_0^\infty x^2\exp(-Ax^2)dx=\dfrac{1}{4A}\sqrt{\dfrac{\pi}{A}}$を用いよ。

(b)　$V=10^{-3}\ \mathrm{m}^3$のときの q_{trans} の値を求めよ。

(c)　もし、温度と体積はそのままで、閉じ込める N_2 分子の圧力が 100 倍になったとき q_{trans} の値はどうなるか答えよ。ただし、N_2 分子は理想気体として振る舞うとする。