物理化学Ａ　中間試験問題

2014 年 11 月 25 日実施

必要があれば以下の定数や式を用いよ。**論述が必要な問題に対し、論述のない解答は採点の対象外です。**

プランク定数： h=6.63×10^{-34} J･s	光速： c=3.0×10^{8} m/s	アボガドロ数： N_A=6.02×10^{23}	気体定数： R=8.31 J K^{-1} mol^{-1}
ボルツマン定数： k=1.38×10^{-23} J/K	ボルツマン分布式： $N_i = N_0\exp\{-(\varepsilon_i-\varepsilon_0)/kT\}$	絶対温度の変換： ℃＝K－273	ド・ブロイ波長 $\lambda=h/mv$

以下の大問１から５、全て解答せよ。

１．次の問に答えよ。ただし電子質量 m_e=9.1×10^{-31} kg、電気素量 e=1.6×10^{-19} C である。

(a)　100 kV の電圧で加速された電子のド・ブロイ波長を求めよ。

(b)　150 km/h の速さで投げられた質量 150 g の野球のボールのド・ブロイ波長を求めよ。

(c)　許容並進エネルギーの式を導出せよ。（ド・ブロイ波長の式の導出は示さなくてよい。）

２．N_2 分子（分子量 28）が一辺 10 cm の立方体の中に閉じ込められている。

(a)　最低の許容並進エネルギーを求めよ。

(b)　温度 27℃における平均並進エネルギーを求めよ。また、分子がこの平均エネルギーを持つときの有効量子数 n はいくらか。

(c)　(b)の有効量子数のとき、x, y, z 各成分の量子数（n_x, n_y, n_z）が全て等しい場合の一成分あたりの量子数はいくらか。また、その状態のもとで、n_x から n_x+1 へ 1 つ量子数の大きい状態へ移る（n_y と n_z は不変）のに必要なエネルギー$\Delta\varepsilon$ はいくらか。

(d)　以上の結果から、並進運動は古典的であるいえる。その理由を説明せよ。

３．温度が 27℃のとき、n=2 の状態の占有数 $N_{n=2}$ と n=1 の占有数 $N_{n=1}$ の比が $N_{n=2}/N_{n=1}$=0.5 である場合において、N_2 分子（分子量 28）を閉じ込める一次元の線分の長さ a を求めたい。

(a)　n=2 と n=1 の間の並進エネルギー間隔$\Delta\varepsilon$ を、a のみを用いた式で表せ。

(b)　題意を満たす一次元の線分の長さ a を求めよ。

(c)　一次元の線分の長さ a=10 cm のとき、$N_{n=2}/N_{n=1}$ の値を有効数字 1 桁で求めよ。

問題は裏に続きます

４．エネルギーεに対する気体分子の分布式（3 次元の場合）は$\dfrac{1}{N}\dfrac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}\varepsilon}=\dfrac{2}{\sqrt{\pi}}\left(\dfrac{1}{kT}\right)^{3/2}\sqrt{\varepsilon}\exp\left(-\dfrac{\varepsilon}{kT}\right)$で与えられる。以下の設問に答えよ。

(a)　1mol あたりの並進エネルギーは$\dfrac{3}{2}RT$であることを示せ。参考：$\int_0^\infty x^{\frac{3}{2}}e^{-ax}\mathrm{d}x=3\sqrt{\pi}/(4a^{\frac{5}{2}})$

(b)　$\varepsilon=\dfrac{1}{2}mv^2$を利用して、Maxwell-Boltzmann 分布式$\dfrac{1}{N}\dfrac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}v}=4\pi\left(\dfrac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2}v^2\exp\left(-\dfrac{mv^2}{2kT}\right)$を導け。

(c)　横軸に v（$v\geq 0$）、縦軸に$\dfrac{1}{N}\dfrac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}\varepsilon}$をとって、ある気体分子の 2 つの温度（$T_1$および T_2、ただし $T_1<T_2$）における 2 つの分布の様子を描け。グラフは原点や$v\to\infty$における値に注意すること。また、この分布の様子は気体分子の種類が変わったときに変化するか否か答えよ。

(d)　気体分子の平均の速さ$\bar{v}$を求めよ。参考：$\int_0^\infty x^3e^{-ax^2}\mathrm{d}x=1/(2a^2)$

５．非常に粗い近似で、二原子分子中の振動運動の量子化について考えてみる。結合の長さを r、分子の質量を m、振動運動の距離 d は結合の長さ r の 10%とせよ。

(a)　振動運動をどのように解釈することによって、近似を行おうとするのか。その考え方を説明せよ。

(b)　(a)で説明した方法に従って、許容振動エネルギー間隔因子（n=1 の場合）を分子量 28、r=100×10^{-12} m の分子について求めよ。

(c)　振動運動はどのような光で観察することができるか。その光の波長を求めよ。