

必要があれば以下の定数や式を用いよ。論述が必要な問題に対し、論述のない解答は採点の対象外です。

プランク定数： $h=6.63 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$	光速： $c=3.0 \times 10^8 \text{ m/s}$	アボガドロ数： $N_A=6.02 \times 10^{23}$	気体定数： $R=8.31 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$
ボルツマン定数： $k=1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$	ボルツマン分布式： $N_i = N_0 \exp\{-(\epsilon_i - \epsilon_0)/kT\}$	絶対温度の変換： $= \text{K} - 273$	ド・ブロイ波長 $\lambda=h/mv$

以下の大問 1 から 4、全て解答せよ。

1. 次の問に答えよ。ただし電子質量 $m_e=9.1 \times 10^{-31} \text{ kg}$ 、電気素量 $e=1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ である。

- 100 kV の電圧で加速された電子のド・ブロイ波長を求めよ。
- 100 km/h の速さで打ち出された質量 50 g の野球のボールのド・ブロイ波長を求めよ。
- 許容並進エネルギー $n^2 h^2 / (8ma^2)$ を導け。(ド・ブロイ波長の式を断りなく用いてよい。)
- 縮退度を説明せよ。

2. H_2 分子 (分子量 2) が長さ 0.1 m の線分の中に閉じ込められている。

- H_2 分子一分子の質量を kg 単位で、並進エネルギー間隔因子を J 単位で、それぞれ求めよ。
- 温度 27 °C における平均並進エネルギー $\frac{1}{2} kT$ を J 単位で求めよ。また、分子がこの平均エネルギーを持つときの量子数 n はいくらか。
- (b) の量子数 n から $n+1$ へ 1 つ量子数の大きい状態へ移るのに必要なエネルギー $\Delta \epsilon$ はいくらか。
- 以上の結果から、並進運動は古典的であるといえる。その理由を説明せよ。

問題は裏に続きます

3. エネルギー ε に対する気体分子の分布式(3次元の場合)は $\frac{1}{N} \frac{dN}{d\varepsilon} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \left(\frac{1}{kT} \right)^{3/2} \sqrt{\varepsilon} \exp\left(-\frac{\varepsilon}{kT}\right)$ で与えられる。以下の設問に、この式を基にして答えよ。

(a) 1分子あたりの並進エネルギーは $\frac{3}{2}kT$ であることを示せ。参考： $\int_0^\infty x^{\frac{3}{2}} e^{-ax} dx = 3\sqrt{\pi}/(4a^{\frac{5}{2}})$

(b) $\varepsilon = \frac{1}{2}mv^2$ を利用して、Maxwell-Boltzmann 分布式 $\frac{1}{N} \frac{dN}{dv} = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} v^2 \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT}\right)$ を導け。

(c) 横軸に v ($v \geq 0$)、縦軸に $\frac{1}{N} \frac{dN}{dv}$ をとって、ある気体分子のある温度における分布の様子を描け。グラフは原点や $v \rightarrow \infty$ での値に注意すること。また、最も確率の高い速さ v_α を求め、グラフ上に示せ。

4. 非常に粗い近似で、二原子分子中の振動運動の量子化について考えてみる。結合の長さを r 、分子の質量を m 、振動運動の距離 d は結合の長さ r の10%とせよ。

(a) 振動運動をどのように解釈することによって、近似を行おうとするのか。その考え方を説明せよ。

(b) (a)で説明した方法に従って、許容振動エネルギー間隔因子($n=1$ の場合)を分子量32、 $r=100 \times 10^{-12}$ mの分子について求めよ。

(c) 振動運動はどのような光で観察することができるか。その光の波長を求めよ。